

## Pytania na egzamin ustny z Analizy I

1. Udowodnić, że nie istnieje zbiór wszystkich zbiorów.
2. Udowodnić, że  $\sqrt{2}$  nie jest liczbą wymierną.
3. Udowodnić, że klasy równoważności są albo równe albo rozłączne.
4. Niech  $\mathcal{O}(\mathbb{R}) \subset 2^{\mathbb{R}}$  będzie zbiorem wszystkich możliwych sum wszystkich odcinków otwartych w  $\mathbb{R}$ . Udowodnić, że rodzina ta jest topologią na  $\mathbb{R}$ .
5. Podaj definicję ciągu Cauchy'ego.
6. Podaj przykład zbioru gęstego o pustym wnętrzu. Czy podany przez Ciebie zbiór jest spójny?
7. Podaj wszystkie znane Ci sposoby zdefiniowania zbioru zwartego.
8. Granica ciągu. Czy ciąg ma tylko jedną granicę?
9. Twierdzenie o trzech ciągach. Przykłady zastosowań.
10. Kresy zbiorów.
11. Własności ciągów ograniczonych.
12. Spójność odcinka. Własność Darboux funkcji ciągłych.
13. Funkcje ciągłe. Porównanie różnych definicji.
14. Własności funkcji ciągłych na  $[a, b]$ .
15. Ciągłość funkcji  $x \mapsto \sqrt{x}$ .
16. Odwzorowania zblizające — metoda kolejnych przybliżeń.
17. Granica funkcji. Reguły de l'Hospitala.
18. Pochodna funkcji. Definicje i podstawowe własności.
19. Pochodna funkcji odwrotnej. Przykłady.
20. Twierdzenia o wartości średniej rachunku różniczkowego.
21. Funkcje wypukłe.
22. Ekstrema funkcji.
23. Badanie funkcji — z jakich twierdzeń przy tym korzystamy.
24. Reguły de l'Hospitala. Przykłady.
25. Funkcja pierwotna. Podstawowe własności.
26. Całkowanie przez części.
27. Całkowanie przez podstawienie.
28. Całkowanie funkcji wymiernych.
29. Całkowanie funkcji zawierających pierwiastki.
30. Całka Riemanna. Całkowalność funkcji ciągłych.
31. Podstawowe twierdzenie rachunku różniczkowego i całkowego.
32. Związek funkcji pierwotnej z całką.
33. Zbieżność jednostajna ciągów funkcji.
34. Przechodzenie do granicy pod znakiem całki.
35. Szeregi. Zbieżność, zbieżność bezwarunkowa, zbieżność bezwzględna.
36. Kryteria zbieżności szeregów.
37. Mnożenie szeregów.
38. Szeregi potęgowe. Promień zbieżności.
39. Różniczkowanie i całkowanie szeregów potęgowych.
40. Rozwinięcia Taylora podstawowych funkcji elementarnych.