Analiza II

zadania na ćwiczenia 22-26 marca.

Zadanie 1

Znaleźć i zbadać punkty krytyczne funkcji $f : \Re^3 \to \Re$, danej wzorem

$$f(x, y, z) := e^x + e^y + e^z + 4e^{-x-z} + e^{-y+z} \tag{1}$$

Zadanie 2

Wyznaczyć i zbadać punkty krytyczne funkcji $f : \Re^2 \to \Re$, określonej wzorem

$$f(x, y) := \sin(x + y) - \sin(x) - \sin(y). \tag{2}$$

Zadanie 3

Znaleźć $\sup\limits_{\Omega} f$ i $\inf\limits_{\Omega} f$ jeśli

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x + 2y + 3z)e^{-x-y-z} \\ \Omega &= \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\} \end{aligned} \tag{3}$$

Zadanie 4

Dla danych $a, b, c > 0$ znaleźć $x, y, z > 0$ spełniające warunek $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, dla których prostopadłościan o wierzchołkach $(\pm x, \pm y, \pm z)$ [wpisany w elipsoidę o półosiach a,b,c] ma największą możliwą objętość.

(4)

Zadanie 5

Wykazać że zbiorem wartości funkcji $f : \Re^2 \to \Re$, $f(x, y) := \frac{x+y}{(x^2+1)(y^2+1)}$ jest zwarty odcinek; wyznaczyć go.

(5)

Zadanie 6

Znaleźć punkty krytyczne funkcji $(x, y) \to z(x, y)$ opisanej równaniem:

$$\begin{aligned} &a) \qquad 0 = F(x, y, z) = 2x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 2xz + 4yz + 6xy - 4 \\ &b) \qquad 0 = F(x, y, z) = z^3 + z + \frac{14xz}{x^2 + 1} + (2x - y)^2 + 9 \\ &c) \qquad 3z^3 - 7z\cos(x + y) + \frac{20x}{x^2 + 1} = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Zbadac ich typ.