

O nauczaniu matematyki na Wydziale Fizyki

Szanowni Państwo, w ostatnich dniach uczestniczyłam jako gość w posiedzeniu komisji zajmującej się programem studiów na naszym wydziale. Posiedzenie to było w dużym stopniu poświęcone dyskusji nad propozycją zmiany programu studiów na kierunku Fizyka przygotowaną przez panią doktor Monikę Wilde-Piórko. Niestety ze względów rodzinnych nie mogłam wysłuchać do końca całej dyskusji. Postanowiłam więc porzucić na chwilę manierę narzekania na obniżanie się poziomu zajęć z matematyki, nieuctwo studentów i upadek wszelkich obyczajów i zastanowić się poważnie nad problemem przed którym stoi Wydział oraz sformułować swoje wnioski na piśmie.

Zastanawiając się nad programem studiów na kierunku Fizyka biorę pod uwagę następujące kwestie:

- (1) Absolwenci liceów ogólnokształcących mają niewystarczające przygotowanie matematyczne aby efektywnie wykorzystywać język matematyki do opisu zjawisk fizycznych. Jest oczywiste, że brakuje im wykształcenia w zakresie rachunku różniczkowego jednej zmiennej rzeczywistej, ponieważ materiału tego po prostu nie ma w programie nauczania w szkole. Nie jest to jednak jedyny problem: nowi studenci nie potrafią również swobodnie posługiwać się funkcjami trygonometrycznymi, funkcją wykładniczą i logarytmem. Brakuje im sprawności rachunkowej pozwalającej rozwiązywać proste ideowo, ale skomplikowane rachunkowo zadania. Nie mają też w pamięci swoistej „bazy danych wzorów”, której istnienie pozwala na powstawanie skojarzeń i pomysłów na rozwiązanie nowych zadań. Brak umiejętności, które nabywa się na skutek długotrwałego ćwiczenia, jest nadrobić dużo trudniej niż nauczyć się jednej czy drugiej teorii.
- (2) Często powtarzane zdanie, że matematyka jest językiem fizyki, choć nieco wytarte i zużyte, zawiera jednak głęboką prawdę. Badając jakiegokolwiek zjawisko fizyczne staramy się stworzyć jego matematyczny model, który poprawnie opisywałby przebieg zjawiska fizycznego, pozwalał przewidywać co będzie działo się w sytuacjach podobnych. Staramy się także, aby matematyka używana do opisu układu fizycznego była adekwatna, to znaczy nie dodawała do opisu zbędnej, nieistniejącej w rzeczywistości fizycznej struktury. Wiele działów matematyki powstało z potrzeby opisania pewnych zjawisk fizycznych. Bywało też tak, że istniejące teorie matematyczne znajdowały nieoczekiwane zastosowanie w fizyce. W miarę swobodne posługiwanie się matematyką w zakresie znacznie przekraczającym poziom liceum ogólnokształcącego jest więc niezbędne do zrozumienia i opisywania zjawisk fizycznych.
- (3) Sam sposób uczenia się matematyki wzbudza także pewne kontrowersje. Jedni woliliby uczyć się tylko pewnych metod rachunkowych, inni zaś chcieliby poznawać całą teorię ze wszystkimi twierdzeniami, dowodami i przykładami. Oczywiście idealnie byłoby stosować tę drugą metodę, jednak już pobieżne przyjrzenie się temu, jak duży materiał należałoby opanować pokazuje, że w ramach trzyletnich studiów licencjackich takie podejście nie jest możliwe. Z drugiej strony poznawanie matematyki na zasadzie uczenia się wzorów i algorytmów rozwiązywania zadań jest nieskuteczne w tym sensie, że nie powoduje nabycia użytecznych umiejętności radzenia sobie w sytuacjach nowych. Od czasu do czasu prowadzę zajęcia ze statystyki dla studentów kierunków takich jak socjologia na różnych uczelniach. Są to tak zwani humaniści, więc ich stosunek do matematyki jest skrajnie negatywny. Próbuje oni nauczyć się na pamięć wzorów i zapamiętać własności takich wielkości jak wariancja zmiennej losowej czy kowariancja dwóch zmiennych w taki sposób, w jaki można nauczyć się na pamięć książki telefonicznej. I jedno i drugie zadanie jest z góry skazane na niepowodzenie ze względu na zbyt obszerny „materiał”. Wszelkie próby dowodzenia czy uzasadniania czegokolwiek spotykają się od razu

z protestem, a w najlepszym razie z pytaniem „Czy my to musimy umieć na egzaminie?” Studenci oczekują, że poda im się kompletną listę pytań i odpowiedzi, których nauczenie się gwarantuje umiejętność rozwiązania każdego zadania. Tak jednak się nie da, gdyż liczba różnych problemów jakie wykładowca potrafi wymyślić jest w zasadzie nieograniczona, a liczba tych, które napotyka się w prawdziwej pracy badawczej jest jeszcze większa. Sukces można osiągnąć jedynie koncentrując się na zrozumieniu pojęć i związków między nimi. Wtedy zapamiętanie wzorów i używanie ich nie nastęrcza już trudności. Wykładanie matematyki na Naszym Wydziale nie może opierać się jedynie na podawaniu wzorów i algorytmów. Musimy starać się żeby nasi studenci raczej rozumieli niż pamiętali. Można to osiągnąć poprzez dowodzenie, uzasadnianie, pokazywanie związków między pojęciami...

- (4) Na końcu pozostaje do przemyślenia zakres materiału jaki powinien być wykładany studentom studiów pierwszego, drugiego i trzeciego stopnia. Musimy przyjąć do wiadomości, że uzyskanie sytuacji idealnej jest niemożliwe. Za idealne uważałabym aby np. studenci słuchający wykładu z mechaniki klasycznej znali rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych i elementy geometrii różniczkowej, które są potrzebne do posługiwania krzywoliniowymi układami współrzędnych. Ci, którzy chcieliby studiować mechanikę kwantową, powinni wcześniej uczyć się algebry liniowej, analizy zespolonej, analizy funkcjonalnej itd. Od razu widać, że tak się nie da! Musimy więc rzeczywiście zastanowić się nad zakresem i kolejnością tego czego możemy uczyć.

Przemyślawszy powyższe punkty doszłam do następujących wniosków: **(1)** Podoba mi się pomysł, aby studia na kierunku Fizyka zaczynały się dość intensywnym kursem matematyki. Mam nadzieję, że studenci to jakoś zniosą. W ramach tego kursu powinien pojawić się wykład z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej w zakresie dostosowanym do możliwości studentów. W ramach tego kursu należy położyć większy nacisk na umiejętności praktyczne. Sądzę jednak, że nie powinno się rezygnować z prezentowania istotnych fragmentów teorii w postaci założenia - twierdzenie - dowód - przykłady, gdyż ściśle podejście do problemów matematycznych uczy pewnej dyscypliny myślenia. Rozwiązywanie zadań typu „udowodnij, że...” także powinno być elementem kształcenia. Algebra liniowa z uzupełnieniami w postaci pojęcia grupy i rachunkami na liczbach zespolonych także może pojawić się w pierwszym semestrze. **(2)** Uważam za niedobre traktowanie pozostałych przedmiotów matematycznych jako przedmiotów do wyboru. Wykład z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej to w istocie Analiza I, można więc nie mnożyć bytów. Analiza II obejmuje najogólniej mówiąc rachunek różniczkowy i całkowity funkcji wielu zmiennych. Uważam, że jest to materiał na tyle podstawowy, że nie byłoby właściwe tworzenie możliwości, aby absolwent studiów licencjackich nie uczył się tych rzeczy w ogóle. Sama umiejętność obliczania pochodnych cząstkowych, którą nabywa się jednocześnie z umiejętnością różniczkowania funkcji jednej zmiennej jest niewystarczająca. Takie zadania jak zamiana zmiennych w wyrażeniach różniczkowych cząstkowych sprawiają studentom bardzo duże trudności, a wydają się jednak ważne zarówno w mechanice klasycznej, jak kwantowej a zapewne także w innych działach fizyki. Niestety takie pojęcia jak gradient, dywergencja i laplasjan żyją tak naprawdę w geometrii różniczkowej. Ze swoich studenckich doświadczeń pamiętam trudności związane z zamienianiem zmiennych w powyższych obiektach. Nie były to trudności rachunkowe, tylko pojęciowe związane z tym, że pracuje się *de facto* na wektorach stycznych do (mało skomplikowanej) rozmaitości \mathbb{R}^3 . Obawiam się, że do końca zrozumiałam o co chodzi dopiero podczas pisania pracy magisterskiej. Postuluję więc, aby (być może zreformowaną) Analizę II włączyć też do obowiązkowego kształcenia. **(3)** Wydaje mi się, że elementy analizy zespolonej i teorii dystrybucji zawarte tradycyjnie w Analizie III są niezbędne do studiowania mechaniki kwantowej. Zdaję sobie jednak sprawę, że materiału robi się wtedy dużo. Być może wykład taki mógłby poprzedzać wykład z mechaniki kwantowej i być np.

na drugim roku. Pozostałe treści matematyczne muszą prawdopodobnie być pozostawione jako przedmioty do wyboru lub w ogóle przeniesione na studia drugiego stopnia.

Są jeszcze kwestie organizacyjne, takie jak obowiązkowość zajęć, czy konieczność wykładania według podręcznika. (4) Uważam, że wykładanie matematyki według jednego obowiązującego podręcznika jest rozwiązaniem złym. Po pierwsze nie widzę na swojej półce (ani w bibliotece) uniwersalnego podręcznika dobrego dla większości działów matematyki wykładanych w ramach podstawowych kursów. Zaletą kształcenia na poziomie akademickim jest właśnie to, że można jedną sprawę obejrzeć z wielu różnych punktów widzenia. Dostosowanie wykładu do poziomu słuchaczy powinno być obowiązkiem wykładowcy. Wpadki oczywiście zawsze mogą się zdarzyć, ale stworzenie systemu idealnego jest niemożliwe. (5) Uważam za słuszny wymóg standaryzowania ćwiczeń oraz za pomocne wcześniejsze publikowanie materiałów na ćwiczenia. Nie sądzę jednak, aby ćwiczenia mogły być generalnie nieobowiązkowe. Decyzję o tym, czy konkretna osoba musi, czy nie musi chodzić, zostawiłabym wykładowcy do zastosowania w szczególnym przypadku wyjątkowo nudzących się studentów. Chociaż osobiście nie rozliczam studentów z obecności i nie sprawdzam zwolnień lekarskich, starając się wierzyć, że jak ktoś mówi, że był chory to mówi prawdę, to myślę, że zapisana w regulaminie zasada obowiązkowości ćwiczeń ma znaczenie mobilizujące. (6) Uważam także, że należy dbać o zachowanie jak najdłuższej zasady osobistego kontaktu studenta z prowadzącymi zajęcia. Nie ulega wątpliwości, że studentów należy oceniać sprawiedliwie, zbyt sformalizowanie tego procesu może przynieść skutek odwrotny do zamierzonego. (7) Ostatnią sprawą na którą chciałbym zwrócić uwagę, są rosnące wymagania w stosunku do wykładowców i prowadzących ćwiczenia dotyczące przygotowania zajęć. Mile widziane jest publikowanie notatek z wykładów, zadań na ćwiczenia, najlepiej ze wskazówkami lub przynajmniej odpowiedziami, zadań domowych również ze wskazówkami lub odpowiedziami. W niektórych przypadkach studenci proszą także o publikowanie niektórych trudniejszych rozwiązań. W zeszłym semestrze byłam „kierownikiem grupy ćwiczeniowców” do przedmiotu Analiza I i wiem, że praca ta zajmuje ogromną ilość czasu. Przygotowanie dwugodzinnych ćwiczeń wraz ze wszystkimi materiałami zajmowało około czterech godzin. Mając sześć godzin zajęć w semestrze używam na ich przeprowadzenie 18 godzin bieżącej pracy (nie licząc tego, co trzeba było przemyśleć wcześniej gdy prowadziło się wykład.)

Bardzo proszę o wzięcie pod uwagę mojej opinii przy reformowaniu programu nauczania na naszym wydziale.

Katarzyna Grabowska, (KMMF)